

Research on CAE Model Updating Method for Robust Design Optimization and its Application to Vehicle Weight Reduction

ZHAN Zhenfei¹, YANG Junqi¹, SHU Yajing¹, ZHENG Ling¹, FU Yan², YANG Ren-Jye²

¹ College of Automotive Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China

² Research and Advanced Engineering, Ford Motor Company, Dearborn, MI48124, USA

Email: zhenfeizhan@cqu.edu.cn

Abstract: Vehicle weight reduction has become one of the viable solutions to ever-growing energy and environmental crisis. In vehicle design, response surface model (RSM) is commonly used as a surrogate of the high fidelity Finite Element (FE) model to reduce the computational time and improve the efficiency of design process. However, RSM introduces additional sources of uncertainty, such as model bias, which largely affect the reliability and robustness of the prediction results. The bias of RSM need to be addressed before the model is ready for extrapolation and design optimization. The Bayesian inference based model extrapolation method which is previously proposed by the authors is further investigated, and a systematic and integrated stochastic bias corrected model extrapolation and robustness design process under uncertainty is provided. A real world NCAP frontal impact vehicle design example is used to demonstrate the validity of the proposed method.

Keywords: response surface model (RSM); robust design optimization; bayesian inference; model validation and extrapolation; vehicle body weight reduction

面向稳健性设计优化的仿真模型修正方法及其在 车身轻量化中的应用

詹振飞^{1*}, 杨俊祺¹, 舒雅静¹, 郑玲¹, 符雁², 杨仁杰²

¹ 重庆大学汽车工程学院, 重庆, 中国, 400044

² 美国福特汽车研究与先进工程中心, 密西根州, 美国, 48121

Email: zhenfeizhan@cqu.edu.cn

摘 要: 汽车轻量化作为缓解能源危机和环境污染的一个重要途径成为汽车工业的研究热点。轻量化设计不是盲目减重, 而是在保证汽车安全性能的前提下最小化车重的优化设计。在结合轻量化和耐撞性的优化设计中, 响应面模型作为具有较高保真度的有限元模型替代得到了广泛运用。然而响应面模型会引入模型偏差等附加的不确定性源, 为了得到具有稳健性的预测结果, 有必要对响应面模型进行偏差修正。本文提出了基于统计贝叶斯推断的模型外推方法, 同时完整阐述了在不确定性环境下进行随机偏差修正的模型外推以及稳健性设计优化流程。通过对某 NCAP 正碰白车身仿真模型的参数优化, 得到了稳健优化解。由稳健优化解与传统确定性优化结果对比可知, 稳健优化结果不仅能较好满足轻量化和耐撞性设计要求, 同时也使得其性能的稳健性大幅提高。

关键词: 响应面模型; 稳健性设计优化; 贝叶斯推断; 模型验证与外推; 车身轻量化

1 前言

随着有限元 (Finite Element, FE) 技术的迅速发展及计算机性能不断提升, 基于仿真的工程设计与优化成为各大汽车企业解决复杂设计问题的一种有效的工具。模型验证^[1-6]是指通过比较 CAE 模型输出结果及试验结果, 评估 CAE 模型在拟用途上的有效性和准确性。成功的模型验证能明显减少在汽车设计中样机的建立和试验的投入。

在车身结构仿真设计过程中, 不考虑设计变量的不确定性将直接影响车身的性能指标, 使其性能不稳定, 不能满足实际使用要求。考虑各种不确定性因素对产品性能参数的影响, 采用稳健性设计优化方法对车身轻量

项目资助信息: 国家自然科学基金 (编号 51405041, 50775225) 资助,
自然科学类中央高校基本科研业务费资助项目 (CDJZR13110070) 资助。

化参数进行设计,能够有效保证车身在实际工程应用中的整体结构性能,从而既保证产品的经济效益又确保车辆实际运行中的安全可靠。稳健性设计优化方法即通过调整设计变量使目标函数最优,同时保证设计变量在允许偏差范围内具有稳健性,一方面要确保系统的功能特性尽可能接近目标值,另一方面要尽可能减小各种干扰因素引起的功能特性波动的方差。

确定性设计优化常使最优设计逼近设计约束,几乎没有给不确定性留下空间,和确定性设计优化不同的是稳健性设计优化考虑了 CAE 模型中变量的不确定性。然而传统的稳健性设计优化一般没有考虑 CAE 模型的不确定性,即在进行稳健性设计优化之前 CAE 模型被看作是足够正确没有误差的。但是如果模型不正确且受大量的不确定性影响时,稳健性设计优化则不成功。因此,在运用稳健性设计优化前对 CAE 模型偏差进行修正至关重要。

然而,即使计算机运算能力不断增强,用一个完整有限元模型直接进行优化设计或稳健设计时,仿真仍然会花费大量时间。完成一个有限元模型有时会花费数小时甚至数天。为了减少开发时间,响应面模型(RSM)被广泛用来替代有限元模型。

响应面或替代模型(Response Surface、Surrogate Model)最早由 Box 和 Wilson 于 1951 年提出,是用来开发、改进、优化的数学统计方法,起初用于没有考虑噪声因素的物理实验的拟合,直到 20 世纪 80 年代 Myers 等把噪声因素引入响应面方法后才开始在结构优化领域中得到广泛应用,成为工程结构优化领域的有力工具^[7]。依据近似模型所预测设计变量范围大小,可大致将其分为三大类:局部函数近似模型,全局函数近似模型与介于两者中间的中度函数近似模型^[8]。

近年来多种 RSM 技术得以研究,包括径向基函数(RBF)^[9]、人工神经网络(ANN)、支持向量回归(SVR)以及克罗格(KRG)^[10,11]。不同 RSM 技术的效率取决于不同的建模要求、可得的采样数以及物理现象自身的非线性^[12,13]。无论使用哪种响应面方法,在实际 FE 模型和 RSM 之间始终会有偏差,特别是当响应面模型用于依据内插和外推的新设计预测时。这就需要对随机模型内插和外推方法进行研究,以修正 RSM 和 FE 之间的偏差并提供偏差修正后的 RSM 的预测区间。

模型更新方法不但可以量化数据不确定性的程度,而且可以进一步提高模型的预测能力,目前,该方法在模型验证或者模型标定领域取得较快发展,已成为国内外研究的前沿和热点。Kennedy 和 O' Hagan^[14]最早给出了数据不确定性的定义与内涵并全面阐述了近似模型模型不确定性的概念。此外, Kennedy 和 O' Hagan 指出通过优化模型参数可以减小预测模型与实际物理系统之间的误差,同时可以采用模型修正方法来提高现有预测模型的预测精度。多种统计学推理技术得以研究^[15]。然而这些方法都未十分强调不确定性下的设计内插和外推的重要性。国内,相关研究目前不多见,主要有:詹振飞等^[16]针对虚拟样机开发环境中不确定多元输出响应动态系统的模型验证问题,提出了基于误差统计分析、统计主元分析和贝叶斯区间假设检验的不确定性动态系统模型验证方法和流程,对某汽车正面碰撞中乘员约束保护系统的实例研究表明,该方法能有效实现虚拟样机环境下的不确定性动态系统模型验证,并进一步推导数字化仿真模型的改进。刘兴堂等^[17]从系统仿真角度对模型验证和更新的概念进行了深入的阐述。考虑到这种现状,Zhan 等^[26]研究了三种内插和外推方法:贝叶斯推理^[27]、高斯过程建模^[28]以及 Copula^[29],并使用了三种随机验证指标——面积指标、可靠度指标以及贝叶斯可信度指标——以评价所提三种方法的预测能力。

本文首先简介基于贝叶斯推理的内插和外推,随后引入稳健性设计优化方法,通过一个汽车正面碰撞实例研究所提方法的有效性,经过稳健性设计优化的 FE 仿真用来证明所得结果,最后进行探讨并得出结论。

2 基于贝叶斯推理的偏差修正

Zhan 等^[26]利用贝叶斯推理和响应面模型的优点,提出了一种基于贝叶斯推理的模型内插和外推方法。该方法首先在设计空间中生成用于验证的试验设计(Design of Experiment, DOE)矩阵,随后反复进行 CAE 仿真和试验,计算出二者之间的差作为偏差分布贝叶斯推理的依据。得到先验分布后,计算预测偏差超参数的后验分布。

为了便于公式化, 令 x 表示设计变量, Y_t 和 Y_m 分别代表 FE 和 RSM 模型输出。 $Y_t(x)$ 和 $Y_m(x)$ 之间的关系常概括为:

$$Y_t(x) = Y_m(x) + \delta(x) + \varepsilon(x) \quad (1)$$

其中 ε 表示试验误差, δ 表示 CAE 模型的偏差。因此输出的实值, 即 Y_{true} 等于试验观察值减去试验误差, 同时也等于 CAE 模型预测加上模型偏差, 如式(2)所示。

$$Y_{true}(x) = Y_t(x) - \varepsilon(x) = Y_m(x) + \delta(x) \quad (2)$$

在式(2)中, 设 $\tau(x) = \delta(x) + \varepsilon(x)$ 。由此可见预测偏差是估计 $Y_{true}(x)$ 值的重要步骤。为了方法阐述的方便, 假设偏差 $\tau(x) = \delta(x) + \varepsilon(x)$ 服从已知的正态分布, 如式(3)。

$$\tau(x) \sim N(\tau_\mu(x), \tau_{\delta^2}(x)) \quad (3)$$

设方差 τ_{δ^2} 已知, 而均值 τ_μ 需根据已知数据得出。在贝叶斯概率理论中, 后验分布 $p(\theta|x)$ 与先验分布 $p(\theta)$ 属于相同的分布族, 这样的先验和后验分布叫做共轭分布。如正态分布族相对于正态似然函数是自共轭的。如果似然函数是正态的, 选择正态先验分布可以保证后验分布也是正态的。在这里 τ_μ 的先验分布可设为:

$$\tau_{\mu 0} \sim N(\mu_0, \sigma_0^2) \quad (4)$$

在给出一些数据的情况下推出参数的分布是一个普遍的难题。在贝叶斯理论中, 后验分布等于似然函数与先验分布 $p(\theta)$ 的乘积除以 $p(x)$ 的概率。如式(5)所示:

$$p(\theta|x) = \frac{p(x|\theta)p(\theta)}{\int p(x|\theta)p(\theta)d\theta} \quad (5)$$

假设先验分布为正态的共轭分布, n 表示试验观测数, 则 τ_μ 后验分布可表示为:

$$\tau_{\mu 1} \sim N(\mu_1, \sigma_1^2) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } \mu_1 &= \left(\frac{\mu_0}{\sigma_0^2} + \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\sigma^2} \right) / \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{n}{\sigma^2} \right), \\ \sigma_1^2 &= \left(\frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{n}{\sigma^2} \right)^{-1} \end{aligned}$$

根据试验和 CAE 数据可得每一个设计点 x 的偏差分布为: $\tau(x) \sim N(\tau_{\mu 1}(x), \tau_{\delta^2}(x))$ 。此方法不仅可用于共轭先验分布, 也可用于非共轭。

本文为预测偏差的均值和标准差分别建立了一个响应面模型, 得到 CAE 仿真结果之后便可计算得到新设计中的输出预测区间 (PI)。新设计中的验证试验用以验证预测结果。如果新设计的试验结果在相应的预测区间内, 则通过内插外推得到的预测就是成功的。基于所得结果, 决策者可以决定接受或者拒绝预测结果。如果接受, 则交付给之后流程的工程师进行优化或者稳健设计。若预测被拒绝, 则会另外加入 DOE 反复此过程, 直到得到好的预测结果^[26]。

3 模型和数据不确定性下的稳健性设计优化

稳健性设计优化在不确定性优化设计中广泛运用, 并且在设计变量不确定性下获取最可靠的设计方面有其独特优势。传统设计方法大多是确定性的, 常常是将优化结果逼近设计约束的边界而未给不确定性预留空间。而稳健性设计优化考虑了 CAE 模型的可控和不可控变量的不确定性。典型的稳健性设计优化公式如式(7)所示:

Find d

$$\begin{aligned} & \text{Minimize: } f(d) \\ & \text{Subject to: } g_i(d) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, k) \end{aligned}$$

$$d^L \leq d \leq d^U \dots \dots \dots (7)$$

其中， d 是设计变量， $f(d)$ 是目标函数， $g_i(d)$ 表示约束函数， d^L 和 d^U 代表设计变量的下限和上限。
 错误!未找到引用源。

大多数传统的稳健性设计优化未考虑 CAE 模型的不确定性，CAE 模型在进行稳健性设计优化之前被认为是足够准确的。如果模型不正确且受大量的不确定性影响，则稳健性设计优化不成功。因此，在进行稳健性设计优化前对模型偏差进行修正是至关重要的。图 1 展示了偏差修正响应面的稳健性设计优化流程。这个过程始于对优化设计问题的定义，随后为随机贝叶斯推理偏差模型构建 DOE。偏差模型用以修正初始 RSM 并量化来自于重复试验和 CAE 仿真的不确定性。然后使用稳健性设计优化程序寻找最优、最稳健的可靠解。再进行若干次蒙特卡罗（MC）有限元仿真得到以稳健性和灵敏度为目的的设计。如果 FE 结果和随机偏差修正后的 RSM 预测结果一致，则此过程完成，否则改善 DOE 矩阵，反复以上过程直到得到满意结果。

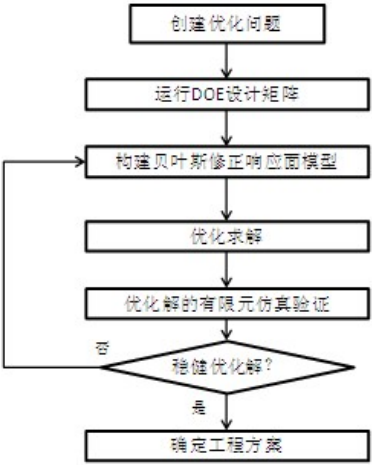


图 1 基于稳健性设计优化的随机偏差修正响应面流程

4 实例分析：汽车前部结构设计

在汽车设计实例中，对美国 NCAC(National Crash Analysis Center)^[30]的 Ford Taurus 模型运用了贝叶斯推理方法。图 2 为 100%正面碰撞的试验及 CAE 模型。汽车以 56.6km/h 的仿真速度撞上刚性墙面。从试验和 CAE 结果比较可以看出 CAE 模型和试验达到合理程度的吻合。

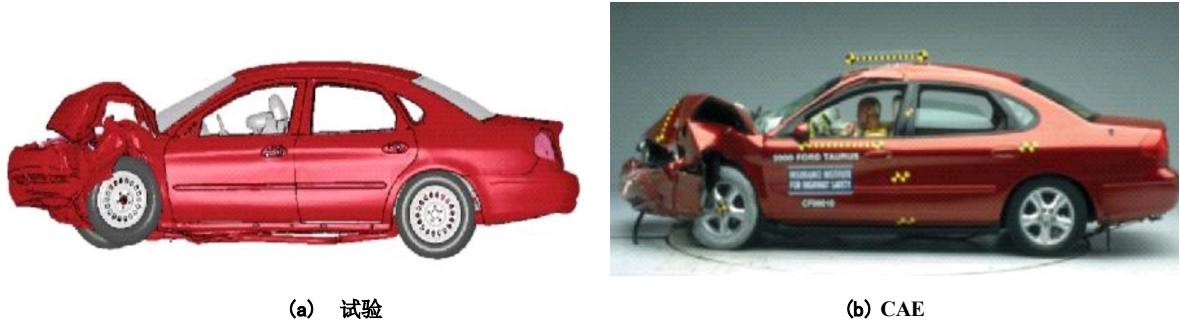


图 2 结构变形比较

此例在设计空间（验证域）中生成了 80 个均匀的 DOE，并在每个设计中各进行 3 次试验及 CAE 仿真。其中 65 个 DOE 样本用于构建 RSM，剩下的 15 个用于内插验证设计以研究三种内插和外推方法。如 Zhan^[26]所述，基于贝叶斯推理的方法更简便、高效，调整变量更少，易应用于工程问题。贝叶斯推理修正后的 RSM 模型随后用来进行稳健性设计优化。设计目标是在满足 Chest G (CG) 和 Crush Distance(CD)设计要求的前提下，通过结构优化达到质量最小化的目标。稳健性设计优化公式如下：

Find: $\mu_{x_i} = 1, 2, \dots, 8$

Minimize: μ_{weight}

Subject to : $P\{CG \leq CG_{Target}\} \geq 99\%, CG_{Target} = 65$

$P\{CD \leq CD_{Target}\} \geq 99\%, CD_{Target} = 750$

$L_{x_i} \leq \mu_{x_i} \leq U_{x_i}, i = 1, 2, \dots, 8$

$Weight = 6.012x_1 + 3.166x_2 + 2.078x_3 + 1.237x_4$

$+ 1.463x_5 + 4.369x_6 + 3.547x_7 + 2.306x_8$

$CG = 84.699 - 7.7668x_6 + 0.7635x_7 - 13.133x_1$

$- 0.999x_2x_5 + 4.40899x_1x_6 - 0.3187x_4x_8$

$+ 0.2922x_1x_5$

$CD = 922.51 - 2.5605x_6x_7 + 0.6625x_4 - 88.269x_1$

$+ 13.929x_1^2 - 1.2664x_3x_6 + 0.4711x_4x_5$

$- 8.2049x_2x_6 - 4.6859x_4x_8$

其中 L_{x_i} 和 U_{x_i} 是设计变量的上下界，具体参考 Shi^[31]以及 Zhan 等论文^[27]。CG 和 CD 的设计极限分别为 65 和 750，超出则表明设计失败。本例使用了两种方法进行优化设计：一种是使用原始多项式的低保真度 CG 和 CD 响应面模型的传统稳健性设计优化，过程中只考虑设计变量的变化；另一种是使用贝叶斯推理修正偏差的模型的稳健性设计优化，不仅考虑设计变量的变化，还考虑模型的不确定性。由表 1 可以看出，传统的稳健性设计优化与基本设计相比质量更轻。稳健性设计优化模型建立如图 3 所示。

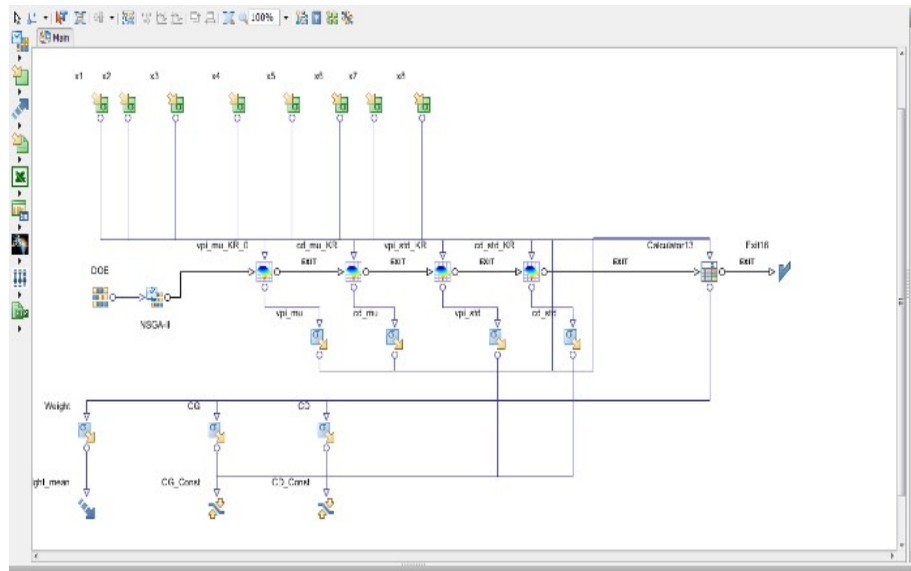
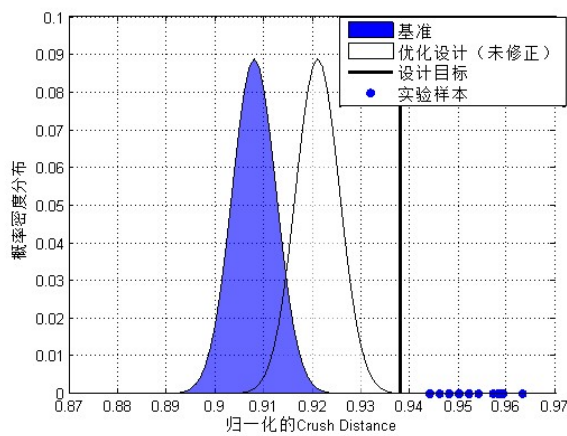


图 3 稳健性设计优化过程

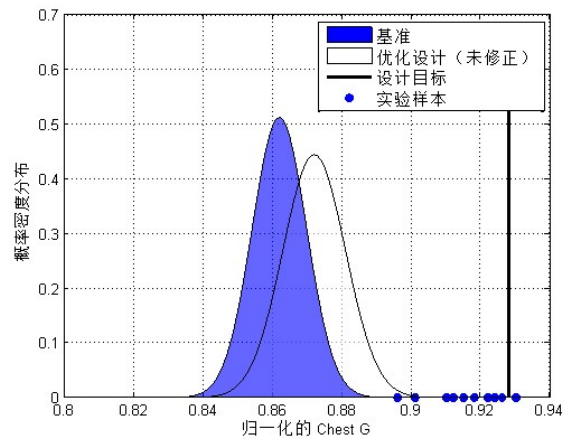
表 1 稳健性设计优化(未修正偏差)与基本设计的比较

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	重量
基本设计	1.90	1.91	2.51	2.40	2.55	2.55	2.25	1.50	51.97
优化设计 (未修正)	1.72	1.21	1.64	3.97	1.56	1.60	1.56	3.00	44.08

为了验证解是否真的达到稳健性目标,根据传统稳健性设计优化结果的平均值生成了 10 个 MC 样本,并运行高保真度的有限元仿真,得到 CG 和 CD 相应的值。如图 4 所示,黑点代表传统稳健性设计优化解。应注意 CG 和 CD 的值是经过归一化的。明显这是一个失败的解:10 个设计中有 1 个超出了 CG 的约束范围,而 10 个设计的 CD 都在约束范围之外。此外,原始多项式的 RSM 的预测能力有限。由 MCS 得到 CG 和 CD 的概率分布与 10 个有限元仿真结果偏离过大。其中 6 个 CG 的有限元仿真以及 10 个 CD 的仿真超出了预测分布,两约束的稳健性指标都未达到 99%。



(a) 归一化的 Chest G



(b) 归一化的 Crush Distance

图 4 稳健性设计优化(未修正偏差)的 MCS FE 验证

随后在稳健性设计优化中使用随机偏差校正的 RSM 取代原始多项式 RSM。设计优化确认流程以及参数设置如图 5、图 6 所示。两种方法得到不同的结果,如表 2 所示。传统的稳健性设计优化方法可得到较轻重量的设计,为 44.08kg。为了验证随机偏差修正的稳健性设计优化的解,另运行 10 个 FE 仿真,得到 CG 和 CD 相应的值。图 7 说明 10 个 MC 样本的 FE 仿真所得结果与随机偏差修正的 RSM 相吻合,且所有的设计都在 CG 和 CD 的正态分布中。两约束的稳健性指标均达到设计目标。本例证明了进行模型偏差验证以及不确定性下稳健性设计优化的必要性。可以看到传统低保真度的 CAE 模型的稳健性优化得到一个失败的设计。

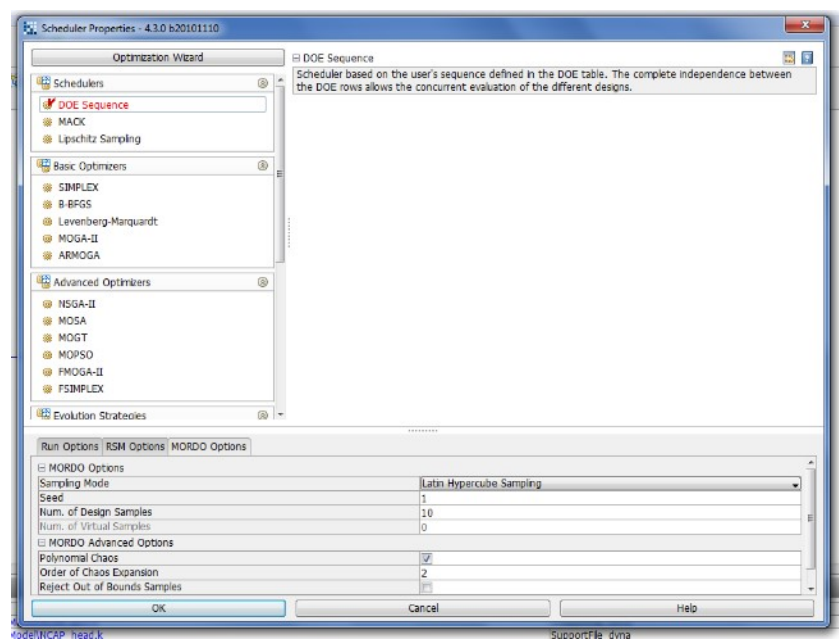


图 5 稳健性设计优化确认流程

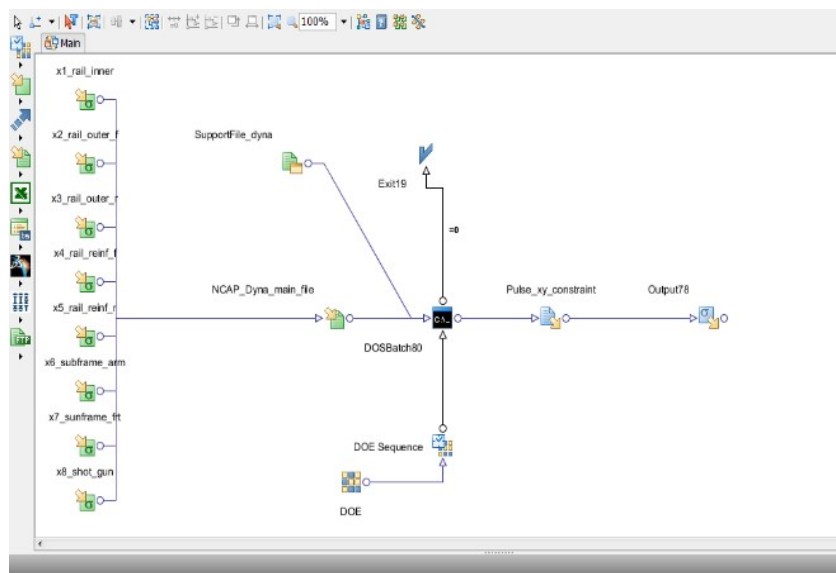


图 6 稳健性设计优化设置

表 2 未修正偏差和修正偏差的稳健性设计优化的比较

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	重量
基本设计	1.90	1.91	2.51	2.40	2.55	2.55	2.25	1.50	51.97
优化设计 (未修正)	1.72	1.21	1.64	3.97	1.56	1.60	1.56	3.00	44.08
优化设计	1.92	2.27	1.60	1.50	1.60	2.38	1.70	1.50	46.21

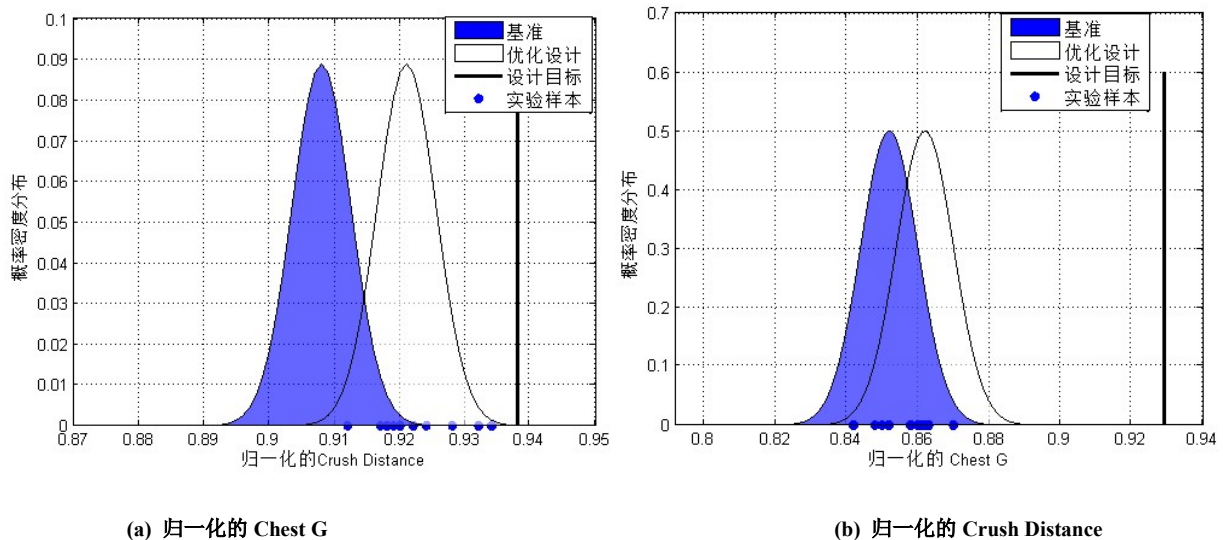


图7 偏差修正后的稳健性设计优化验证

5 结论

本文提出了基于贝叶斯推理的模型内插和外推方法并将其运用到汽车安全设计上。介绍了一种随机偏差修正的模型外推方法以及考虑模型和参数不确定性的稳健设计方法。首先运用贝叶斯推理修正 RSM 的偏差来量化模型不确定性。然后使用改进的稳健性设计优化方法来进行设计，确保其稳健性。所提方法通过一个关于汽车轻量化的汽车安全设计问题得到阐述。在这个轻量化设计中，需满足在 CG 和 CD 上的安全性约束。模型输入的内插方法和外推方法相结合，用来验证所提出的模型偏差修正过程。经对比，改进的稳健性设计优化比起传统的稳健性设计优化能在实现轻量化的前提下得到稳健性更好的解。

参考文献

- [1] Oberkampf, W. L., and Roy C. J., 2010, "Verification and Validation in Scientific Computing," Cambridge University Press.
- [2] Ferson, S., Oberkampf, W. L., and Ginzburg, L., 2008, "Model validation and predictive capability for the thermal challenge problem," Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 197, No. 29-32, pp. 2408-2430.
- [3] Oberkampf, W. L., and Barone, M. F., 2006, "Measures of agreement between computation and experiment: Validation metrics," Journal of Computational Physics, 217, No. 1, pp. 5-36.
- [4] Oberkampf, W. L., and Trucano, T. G., 2008, "Verification and Validation Benchmarks," Nuclear engineering and Design, Vol. 238, No. 3, pp.716-743.
- [5] Schwer, L. E., 2007, "Validation metrics for response histories: perspectives and case studies," Engineering with Computers, 23, No.4, pp. 295-309.
- [6] FU, Y., ZHAN, Z., and YANG, R. J., 2010, "A study of model validation method for dynamic systems," SAE 2011-01-0245, Detroit, MI, April 12-15.
- [7] Khuri, A. I.,Mukhopadhyay, S. Response surface methodology[J]. Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics, 2010, 2 (2): 128-149.
- [8] 隋允康,李善坡. 结构优化中的建模方法概述[J]. 力学进展, 2008, 38 (2): 190-200.
SHUI Yunkang, LI Shanbo. Brief Review on Modeling Method in Structure Optimization[J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(2): 190-200.
- [9] Viana, F. A. C., Haftka, R. T., and Steffen, V., Jr., "Multiple Surrogates: How Cross-Validation Errors Can Help Us to Obtain the Best Predictor," Structural and Multidisciplinary Optimization, Vol. 39, No. 4, 2009, pp. 439-457. doi:10.1007/s00158-008-0338-0

- [10] Simpson TW, Peplinski JD, Koch PN, Allen JK (2001) Metamodels for computer-based engineering design: survey and recommendations. *Eng Comput* 17(2):129-150.
- [11] WANG GG, SHAN S (2007) Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization. *J Mech Design* 129(4):370-380.
- [12] JIN R, CHEN W, Simpson TW (2001) Comparative studies of metamodeling techniques under multiple modelling criteria. *Struct Multidisc Optim* 23(1):1-13.
- [13] ZHANG, S., ZHU, P., CHEN, W., Arendt, P., "Concurrent treatment of parametric uncertainty and metamodeling uncertainty in robust design," *Structural and multidisciplinary optimization*, 2012, DOI: 10.1007/s00158-012-0805-5.
- [14] Kennedy, M. C., O'Hagan, A. Bayesian calibration of computer models. In *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 2001; Vol. 63, 425-464.
- [15] Helton, J. C., Johnson, J. D., and Oberkampf, W. L., 2004, "An Exploration of Alternative Approaches to the Representation of Uncertainty in Model Predictions," *Reliability Engineering and System Safety*, 85, No. 1-3, pp. 39-71.
- [16] 詹振飞, 胡洁, 符雁, 等. 虚拟样机环境下不确定性多元动态系统模型验证[J]. *机械工程学报*, 2012, 48 (5): 138-146.
ZHAN Zhenfei, HU Jie, FU Yan, etc. Bayesian Based Model Validation Method for Uncertain Multivariate Dynamic Systems under Virtual Prototype Environment[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(5):138-146.
- [17] 刘兴堂, 刘力, 宋坤, 等. 对复杂系统建模与仿真的几点重要思考[J]. *系统仿真学报*, 2007, 19 (13): 3073-3075.
LIU Xingtang, LIU Li, SONG Kun, etc. Important Considerations of Building Pattern to Complicated System[J]. *Journal of System Simulation*, 2007, 19(13):3073-3075.
- [18] 闫明, 孙志礼, 杨强, 基于响应面方法的可靠性灵敏度分析方法[J]. *机械工程学报*, 2007, 43 (10) : 67-71.
YAN Ming, SUN Zhili, YANG Qiang, Analysis Method of Reliability Sensitivity Based on Response Surface Methods[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2007, 43(10):67-71.
- [19] 潘峰, 朱平, 面向约束优化的改进响应面法在车身轻量化设计中的应用[J]. *机械工程学报*, 2011, 47 (10) : 82-87.
PAN Feng, ZHU Ping, Improved Response Surface Method for Constrained Optimization and Its Application to Lightweight Design of Autobody Structures[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2011, 47(10):82-87.
- [20] Rebba, R., and Mahadevan, S., 2006, "Model predictive capability assessment under uncertainty," *AIAA Journal*, 44, No. 10, pp. 2376-2384.
- [21] JIANG, X., and Mahadevan, S., 2007, "Bayesian risk-based decision method for model validation under uncertainty," *Reliability Engineering and System Safety*, 92, No. 6, pp. 707-718.
- [22] Kim, I. Y., Kwak, B. M., (2002) Design space optimization using a numerical design continuation method. *International Journal of Numerical Methods for Engineering*, 53, pp. 1979-2002.
- [23] CHEN, W., Baghdasaryan, L., Buranathiti, T., and Cao, J., "Model Validation via Uncertainty Propagation and Data Transformations", *AIAA Journal*, 42(7), 1406-1415, 2004.
- [24] LI, J., Mourelatos, Z., Kokkolaras, M., Papalambros, P., and Gorsich, D., Validating designs through sequential simulation-based optimization. In *Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conference*, 2010. Paper no. DETC2010-28431.
- [25] Kakkolaras, M., Hulbert, G., Papalambros, P., Mourelatos, Z., Yang, R. J. Brudnak, M., Gorsich, D., 2011, "Towards a Comprehensive Framework for Simulation-based Vehicle Systems Design Validation", *International Journal of Vehicle Design*, preprint.
- [26] ZHAN, Z., FU, Y., YANG, R. J., On Stochastic Model Interpolation and Extrapolation Methods for Vehicle Design, *SAE International Journal of Material and Manufacturing*, 6(3):517-531, 2013, doi:10.4271/2013-01-1386.
- [27] ZHAN, Z., FU, Y., YANG, R. J., etc., A Bayesian Inference based Model Interpolation and Extrapolation, *SAE International Journal of Material and Manufacturing*, Vol. 5, No. 2, 2012-01-0223, 2012, doi:10.4271/2012-01-0223.
- [28] JIANG, Z., CHEN, W., FU, Y., etc, Reliability-Based Design Optimization with Model Bias and Data Uncertainty, *SAE International 2013 technical paper*, 2013-01-1384, April, 2013, Detroit, USA. doi:10.4271/2013-01-1384
- [29] XI, Z., FU, Y. and YANG, R., "An Ensemble Approach for Model Bias Prediction," *SAE International Journal of Material and Manufacturing*, 6(3):2013, doi:10.4271/2013-01-1387.
- [30] National Crash Analysis Center (NCAC) , 2011, www.ncac.gwu.edu/archives/model/index.html.
- [31] SHI, L., YANG, R. J., ZHU, P., "An Adaptive Response Surface Method for Crashworthiness Optimization Engineering Optimization", 2012, DOI:10.1080/0305215X.2012.734815.

- [31] SHI, L., YANG, R. J., ZHU, P., An Adaptive Response Surface Method for Crashworthiness Optimization Engineering Optimization, 2012, DOI:10.1080/03052 15X. 2012.734815. (SCI/EI)
- [32] SHI, L., YANG, R. J., Adaptive sampling-based RBDO method for vehicle crashworthiness design using Bayesian metric and stochastic sensitivity. 2013, DOI:10.1080/13588265.2013.793262 (SCI/EI)
- [33] Arendt, P. D., Chen, W., and Apley, D. W., 2011, "Improving Identifiability in Model Calibration Using Multiple Responses." DETC2011-48623, Washington DC, August 28-31, 2011.
- [34] Mahadevan, S., and Rebba, R., 2005, "Validation of reliability computational models using Bayes networks," Reliability Engineering and System Safety, 87, No. 2, pp. 223–232.